Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{6}\cdot\left(\sqrt{6}-2\right)-\sqrt{16}+2\sqrt{6}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=4f(1)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{4+x}=3^{2-x}$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,15\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie divizor al lui 15.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,8)$, $B(5,0)$ și C, mijlocul segmentului OA. Determinați distanța dintre punctele B și C.

5p **6.** Arătați că $2\sin 30^\circ-\left(\cos 45^\circ\right)^2-\cos 60^\circ=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy+x+y+10$.

5p **1.** Arătați că $2*5=27$.

5p **2.** Arătați că $x*y=(x+1)(y+1)+9$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $(-10)*x=10+x$.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*(-x)=1$.

5p **5.** Determinați $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-9)*\left(9-\sqrt{x}\right)=9$.

5p **6.** Arătați că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)$ este divizibil cu 3.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&1\end{pmatrix}$ și $B(a,b)=\begin{pmatrix}a&a\\b&a\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det\left(B(1,-1)\right)=2$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot B(1,-3)=4I_2$.

5p **3.** Determinați numerele reale a și b pentru care $A-2I_2=B(a,b)$.

5p **4.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(1,-1)=A$.

5p **5.** Știind că a și b sunt numere reale, $a\neq 0$, astfel încât $\det\left(aA-B(a,b)\right)=0$, arătați că $3a=b$.

5p **6.** Determinați perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $(a+b)B(a,b)+bB(a+b,-b)=B(25,6)$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{6}\left(\sqrt{6}-2\right)-\sqrt{16}+2\sqrt{6}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}-2\sqrt{6}-4+2\sqrt{6}=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$f(1)=2$, $f(a)=3a-1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$3a-1=4\cdot 2$, de unde obținem $a=3$	**2p**
3.	$4+x=2-x$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
4.	Mulțimea A are 15 elemente, deci sunt 15 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 4 numere care sunt divizori ai lui 15, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{15}$	**3p**
5.	$C(2,4)$	**3p**
	$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$	**2p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$2\sin 30°-(\cos 45°)^2-\cos 60°=2\cdot\frac{1}{2}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*5=2\cdot 5+2+5+10=$	**3p**
	$=10+2+5+10=27$	**2p**
2.	$x*y=xy+x+y+1+9=$	**2p**
	$=x(y+1)+(y+1)+9=(x+1)(y+1)+9$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$(-10)*x=-9x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-9x=10+x$, de unde obținem $x=-1$	**3p**
4.	$x*(-x)=-x^2+10$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-x^2+10=1$, deci $-x^2+9=0$, de unde obținem $x=-3$ sau $x=3$	**2p**
5.	$(x-9)*\left(9-\sqrt{x}\right)=(x-8)\left(10-\sqrt{x}\right)+9$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$	**2p**
	$(x-8)\left(10-\sqrt{x}\right)+9=9$, deci $(x-8)\left(10-\sqrt{x}\right)=0$, de unde obținem $x=8$ sau $x=100$, care convin	**3p**
6.	$(n+1)*(n+2)=(n+2)(n+3)+9$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$n=3m$, unde m este număr natural, deci $(n+1)*(n+2)=3\left((3m+2)(m+1)+3\right)$, de unde rezultă că numărul natural $(n+1)*(n+2)$ este divizibil cu 3	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$B(1,-1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(B(1,-1)\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=1+1=2$	**2p**
2.	$B(1,-3)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -3 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow A\cdot B(1,-3)=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=4\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=4I_2$	**2p**
3.	$A-2I_2=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 3 & -1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 3 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & a\\ b & a\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=-1$ și $b=3$	**3p**
4.	$\left(B(1,-1)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=A\cdot\left(B(1,-1)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$	**2p**
5.	$aA-B(a,b)=\begin{pmatrix}0 & -2a\\ 3a-b & 0\end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(aA-B(a,b)\right)=2a(3a-b)$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
	$2a(3a-b)=0$ și, cum $a\neq 0$, rezultă că $3a=b$	**2p**
6.	$(a+b)B(a,b)+bB(a+b,-b)=\begin{pmatrix}(a+b)^2 & (a+b)^2\\ ab & (a+b)^2\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
	$\begin{pmatrix}(a+b)^2 & (a+b)^2\\ ab & (a+b)^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25 & 25\\ 6 & 25\end{pmatrix}$, de unde obținem $a+b=5$ și $ab=6$ sau $a+b=-5$ și $ab=6$ și, cum $a<b$, perechile sunt $(2,3)$ și $(-3,-2)$	**3p**